

UDK:624.072.1:624.016:624.072.2(045)=163.41

PRORAČUN PODUŽNOG SMICANJA U BETONSKOJ PLOČI SPREGNUTOG NOSAČA PREMA EC4

Biljana Deretić-Stojanović¹
Svetlana Kostić²
Nenad Marković³

Rezime

U radu se prikazuje proračun podužnog smicanja u betonskoj ploči prema Evrokodu 4 (EN 1994-1-1:2004). Analiziraju se potencijalne površine loma usled podužnog smicanja, u punoj i spregnutoj betonskoj ploči. Za svaku potencijalnu površinu loma definiše se odgovarajuća dužina površine smicanja. Proračun nosivosti pri podužnom smicanju se zasniva na uslovu da proračunski podužni napon smicanja, bilo koje potencijalne površine loma usled podužnog smicanja u okviru ploče, ne bude veći od proračunske nosivosti pri podužnom smicanju. Proračunska nosivost pri podužnom smicanju betonske ploče se određuje u skladu sa EN 1992-1-1. Ovaj proračun se zasniva na modelu rešetke, tj. betonska ploča se posmatra kao sistem kosih (dijagonalnih) pritisnutih betonskih štapova kombinovan sa zategama koje predstavlja poprečna zategnuta armatura. Gubitak nosivosti (lom) betonske ploče nastaje ako dođe do tečenja (loma) u armaturi ili ako dođe do drobljenja betona u pritisnutim štapovima. U betonskoj ploči se obezbeđuje adekvatna površina poprečne armature koja će da prenese smičuće napone iz moždanika i obezbedi da ne dođe do prevremenog loma u betonu.

Ključne reči: spregnute konstrukcije, smicanje, betonska ploča

¹ Biljana Deretić Stojanović, Dr, dipl. građ. inž, vanredni profesor, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu

² Svetlana Kostić, Mr, dipl. građ. inž, asistent, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu

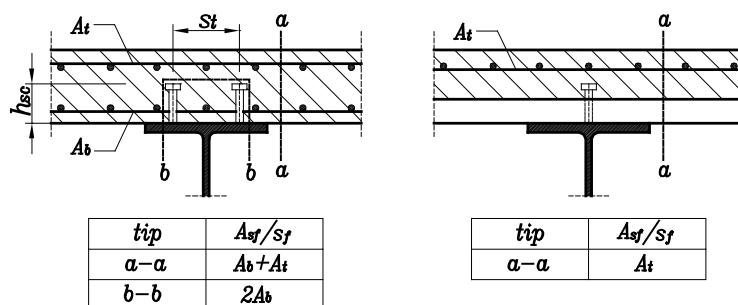
³ Marković Nenad, Dr, dipl. građ. inž, docent, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu □

1. UVOD

Kod spregnutih nosača na kontaktu između betonskog i čeličnog dela javljaju se podužne sile smicanja koje se prenose preko spojnih sredstava-moždanika i poprečne armature. Podužna sila smicanja, pri plastičnoj raspodeli napona, se određuje iz uslova ravnoteže podužnih sila čeličnog i betonskog dela na dužini smicanja između kritičnih poprečnih preseka. Kada se u kritičnom poprečnom preseku ostvari moment pune plastičnosti, reč je o punom smičućem spoju. Kod parcijalnog smičućeg spoja se ostvaruje moment koji je manji od momenta pune plastičnosti, i tada se određuje normalna sila u betonskom delu potrebna za ostvarenje ovakvog momenta, a na osnovu nje i podužna sila smicanja, odnosno broj moždanika između kritičnih preseka. Proračun nosivosti na podužno smicanje pored određivanja podužne sile smicanja, nosivosti, broja i rasporeda moždanika obuhvata i proveru nosivosti betonske ploče na podužno smicanje.

2. PRORAČUN PODUŽNOG SMICANJA U BETONSKOJ PLOČI

Podužne sile smicanja, koje se preko moždanika unose u betonsku ploču, mogu izazvati prevremeni lom u betonskoj ploči ili podužno cepanje betona. Tipični presezi, tj. potencijalne površine loma usled podužnog smicanja, u punoj i spregnutoj betonskoj ploči, a prema EC4, date su na sl.1.

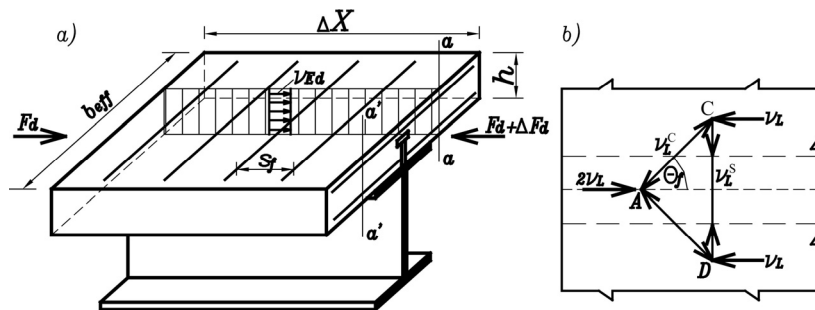


Slika 1. Tipične potencijalne površine loma usled podužnog smicanja

U betonskoj ploči mora da se obezbedi adekvatna površina poprečne armature koja će preneti smičuće napone iz moždanika i obezbediti da ne dođe do prevremenog loma u betonu. Poprečna armatura povećava nosivost betonske ploče na smicanje. Efektivna površina poprečne armature po jedinici dužine A_{sf}/s_f je ukupna armatura koja preseca potencijalnu površinu loma betonske ploče (sl.1). A_{sf} predstavlja površinu poprečnog preseka armature, a s_f je razmak između šipki poprečne armature, A_b , A_t i A_{bh} su površine armature po jedinici dužine prema sl.1. Veličina A_{sf}/s_f zavisi od rasporeda moždanika i armature, od prisustva ili odsustva vute i od posmatrane površine loma, npr. $A_{sf}/s_f = 2A_b$ za površinu loma b-b, a za površinu loma a-a je $A_{sf}/s_f = A_b + A_t$.

Proračunski podužni napon smicanja v_{Ed} , bilo koje potencijalne površine loma usled podužnog smicanja u okviru ploče ne sme biti veći od proračunske nosivosti na podužno smicanje v_{Rd} . Za svaki tip površine smicanja koja se razmatra (sl.1), proračunski podužni napon smicanja v_{Ed} se određuje preko proračunskog podužnog smicanja po jedinici dužine $v_l = v_{l,Ed}$ (tok smicanja), uzimajući u obzir dužinu smicanja h_f :

$$v_l = v_{l,Ed} = v_{Ed} h_f \quad (2.1)$$



Slika 2: a) Podužni napon smicanja v_{Ed} u betonskoj ploči za površinu loma a-a; b) model rešetke za proračun poprečne armature

Proračunski podužni napon smicanja v_{Ed} , koji odgovara površini smicanja sa leve ili desne strane čelične flanše (npr. a-a sl.1) može da se odredi na osnovu promene normalne (podužne) sile u posmatranom delu betonske ploče (sl.2a) prema izrazu:

$$v_{Ed} = \Delta F_d / (h_f \cdot \Delta x), \quad (2.2)$$

gde je: ΔF_d promena normalne sile u betonskoj ploči na dužini Δx ; Δx je posmatrana dužina grede; h_f dužina površine smicanja.

Dužina površine smicanja h_f , na primer za površinu smicanja *b-b* iznosi: $h_f = 2h_{sc} + s_t + d_f$, gde je h_{sc} ukupna visina moždanika, s_t razmak centara dva moždanika ($s_t=0$ za jedan red moždanika), d_f prečnik glave moždanika; za površinu smicanja *a-a* h_f je za punu betonsku ploču jednak visini betonske ploče h , a za spregnutu ploču jednak visini betona iznad rebra profilisanog lima. Maksimalna vrednost koja može da se pretpostavi za Δx je polovina rastojanja između preseka u kojem je moment jednak nuli i preseka u kojem moment ima maksimalnu vrednost.

Proračunska nosivost na podužno smicanje betonske ploče (npr. za površinu smicanja *a-a* na sl.1 i sl.2a) se određuje u skladu sa EN 1992-1-1. Ovaj proračun se zasniva na modelu rešetke, tj. betonska ploča se posmatra kao sistem kosih (dijagonalnih) pritisnutih betonskih štapova kombinovan sa zategama koje predstavlja poprečna zategnuta armatura. Pri proračunu ugao između dijagonalnog pritisnutog betonskog štapa i ose grede θ_f može biti izabran u okviru definisanih granica. Ovde će se usvojiti najveći ustanovljeni ugao, tj 45° (sl.2b).

Na sl.2b je prikazan deo spregnute grede i analizira se nosivost površine smicanja tipa *a-a* (to je presek koji ne prolazi kroz gornju flanšu čeličnog profila koja je na sl.2b prikazana isprekidanim linijama). Model rešetke je ilustrovan trouglom ACD, kod koga dijagonale AC i AB predstavljaju pritisnute betonske štapove, a štap CD zategnutu armaturu po jedinici dužine čija je efektivna površina A_{sf} / s_f . Proračunski tok smicanja koji odgovara posmatranoj površini smicanja *a-a* je označen sa v_l . Na sl.2a se može uočiti odgovarajuća simetrična površina smicanja (*a'-a'*) u odnosu na čeličnu flanšu u kojoj je proračunski tok smicanja takođe v_l . Tok smicanja $2v_l$ koji odgovara moždanicima je nanet u tački A i unosi se u betonsku ploču preko dijagonalnih betonskih štapova AC i AD pod uglom $\theta_f = 45^\circ$ izazivajući u njima pritisak. Iz uslova ravnoteže u tački A se može odrediti odgovarajuća sila po jedinici dužine u betonskom štapu $v_l^c = v_{l,Ed}^c$:

$$2v_l = 2v_l^c \cos \theta_f \Rightarrow v_l^c = \frac{v_l}{\cos \theta_f}, \quad (2.3)$$

Iz uslova ravnoteže u tački C određuje se sila po jedinici dužine u armaturi:

$$v_l^c \sin \theta_f = v_l^s \Rightarrow v_l^s = \frac{v_l}{\cos \theta_f} \sin \theta_f \Rightarrow v_l^s = \frac{v_l}{\operatorname{ctg} \theta_f}, \quad (2.4)$$

Gubitak nosivosti (lom) betonske ploče nastaje ako dođe do tečenja (loma) u armaturi ili ako dođe do drobljenja betona u pritisnutim štapovima.

Efektivna površina armature po jedinici dužine A_{sf} / s_f , koja preseca posmatranu ravan smicanja, određuje se iz sledećeg uslova:

$$v_l^s = v_{l,Ed}^s \leq v_{l,Rd}^s = \frac{A_{sf}}{s_f} f, \quad (2.5)$$

koristeći izraze (2.4) i (2.1) dobija se:

$$v_l^s = \frac{v_l}{\operatorname{ctg} \theta_f} = \frac{v_{Ed} h_f}{\operatorname{ctg} \theta_f}, \quad (2.6)$$

pa iz uslova (2.5) sledi:

$$A_{sf} f_{yd} / s_f > v_{Ed} h_f / \operatorname{ctg} \theta_f, \quad \text{tj.:} \quad (2.7)$$

$$A_{sf} > v_{Ed} h_f s_f / f_{yd} \operatorname{ctg} \theta_f, \quad (2.8)$$

U slučaju kada se koristi spregnuta ploča kod koje su rebra profilisanog lima postavljena poprečno na gredu, kontinualno preko gornje nožice grede i kada je kod čeličnog profilisanog lima ostvareno sprežanje mehaničkim sredstvima ili trenjem tada se može uzeti doprinos lima poprečnoj armaturi pri prihvatanju podužnog smicanja. Tada se za površine smicanja tipa *a-a* (sl.2a) umesto izraza (2.7) koristi izraz (EN 1994-1-1 deo 6.6.6):

$$A_{sf} f_{yd} / s_f + A_{pe} f_{yp,d} > v_{Ed} h_f / \operatorname{ctg} \theta, \quad (2.9)$$

gde je A_{pe} efektivna površina poprečnog preseka čeličnog profilisanog lima po jedinici dužine grede; $f_{yp,d}$ proračunska granica razvlačenja lima.

Da bi se sprečilo drobljenje betona u pritisnutim štapovima čija je širina b'_c po jedinici dužine grede jednaka $b'_c = \sin \theta_f$, treba da bude zadovoljen sledeći uslov:

$$v_l^c = v_{l,Ed}^c \leq v_{l,Rd}^{sc} = v_{cd}^c h_f b'_c, \quad (2.10)$$

Koristeći izraze (2.3), (2.1) i $b'_c = \sin \theta_f$, iz (2.10) sledi:

$$\frac{v_{Ed} h_f}{\cos \theta_f} \leq v_{cd}^c h_f b'_c = v_{cd}^c h_f \sin \theta_f, \quad \text{tj.:} \quad (2.11)$$

$$v_{Ed} \leq v_{cd}^c \sin \theta_f \cos \theta_f, \quad (2.12)$$

gde je v koeficijent smanjenja čvrstoće betona sa prslinama usled smicanja (EN 1992-1-1 deo 6.2.4):

$$v = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \quad (f_{ck} \text{ u MPa}), \quad (2.13)$$

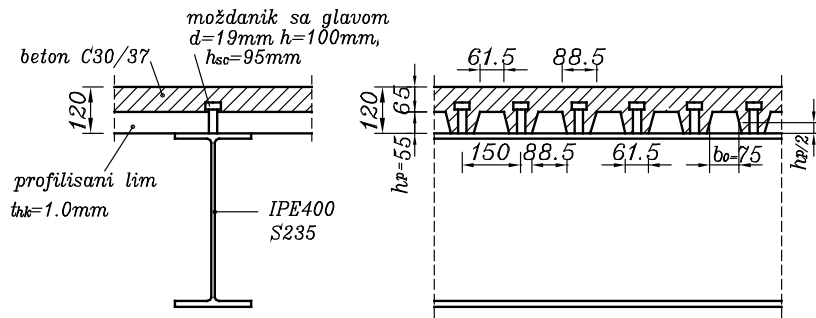
3. NUMERIČKI PRIMER

Proračun podužnog smicanja u betonskoj ploči je ilustrovan na primeru čeličnog nosača spregnutog sa spregnutom pločom na profilisanom limu. Pretpostavljen je parcijalni smičući spoj.

Spregnuti nosač je tipa proste grede, raspona $L=11.4\text{m}$. Za sprežanje se koriste moždanici sa glavom prečnika 19mm i visine 100mm, granične čvrstoće na zatezanje $f_u=450\text{N/mm}^2$. Dimenzije poprečnog preseka i karakteristike materijala prikazane su na slici 4.

Proračunom nosivosti usvojeno je $2 \times 28 = 56$ moždanika na čitavom rasponu nosača. Nosivost jednog moždanika, sračunata prema EC4, iznosi $P_{Rd}=81.66\text{kN}$, pri čemu je uzeta u obzir i redukcija nosivosti usled prisustva profilisanog lima.

Proračun podužnog smicanja u betonskoj ploči spregnutog nosača
prema EC4



Slika 4. Spregnuti nosač

Da bismo odredili proračunski podužni napon smicanja v_{Ed} , najpre treba odrediti dužinu Δx :

$$\Delta x = \frac{L}{2} = 5700 \text{ mm} , \quad (3.1)$$

Promena normalne sile u betonskoj ploči na dužini Δx , ΔF_d , se, za polovinu raspona, određuje na sledeći način (prisutne su dve ravni smicanja a-a i a'-a', slika 2):

$$\Delta F_d = N_c / 2 = 28 \cdot P_{Rd} / 2 , \quad (3.2)$$

gde je N_c sila koju prenose moždanici na polovini raspona grede i, s obzirom na pretpostavku o parcijalnom smičućem spoju, jednaka je proizvodu broja moždanika na polovini raspona grede i nosivosti jednog moždanika, P_{Rd} .

Dakle, zamenom vrednosti u izraz (3.2), dobijamo:

$$\Delta F_d = 28 \cdot 81.66 \cdot 0.69 / 2 = 788.84 \text{ kN} , \quad (3.3)$$

$$h_f = d_{ploce} - h_p = 120 - 55 = 65 \text{ mm} , \quad (3.4)$$

$$\begin{aligned} v_{Ed} &= \Delta F_d / (h_f \cdot \Delta x) = \\ &= 788.84 \cdot 10^3 / (65 \cdot 5700) = 2.13 \text{ N / mm}^2 \end{aligned} \quad (3.5)$$

Da bi se sprečilo drobljenje betona u pritisnutim dijagonalama, mora biti zadovoljen i uslov (2.12) (usvojeno je $\theta_f=45^\circ$):

$$v_{Ed} \leq 0,6 \left[1 - \frac{30}{250} \right] \cdot \frac{30}{1.5} \sin \theta_f \cos \theta_f = 5.28 N / mm^2, \quad (3.6)$$

Usvajamo da je razmak šipki poprečne armature $s_f=200mm$. Poprečna armatura A_{sf} mora da zadovolji i uslov (2.8):

$$A_{sf} > \frac{2.13 \cdot 65 \cdot 200}{420} = 75.8 mm^2, \quad (3.7)$$

$$\frac{1.15}{1.15} \cdot ctg \theta_f$$

Usvajamo poprečnu armaturu prečnika 10mm ($78.5mm^2$) na razmaku od 200mm.

4. ZAKLJUČAK

Pri proračunu podužnog smicanja spregnutog nosača u punoj i spregnutoj betonskoj ploči mora da se obezbedi adekvatna površina poprečne armature koja će da prenese smičuće napone iz moždanika, i obezbedi da ne dođe do prevremenog loma u betonu. Poprečna armatura povećava nosivost betonske ploče na smicanje.

Ovaj rad je pripremljen u okviru projekta 16031 u oblasti tehnološkog razvoja, za koji je sredstva obezbedilo i Ministarstvo nauke Republike Srbije.

5. LITERATURA

- [1] EN 1994-1-1:(Eurocode 4- EC4): *Design of composite steel and concrete structures: Part 1-1: General rules and rules for buildings*, CEN, 2004.
- [2] EN 1992-1-1:(Eurocode 2- EC4): *Design of concrete structures: Part 1-1: General rules and rules for buildings*, CEN, 2004.
- [3] Johnson R.P. *Composite structures of steel and concrete, Volume 1, Beams, columns and frames for buildings*, Second edition, Blackwell scientific Publication, Oxford, 1994.